Глава II. ОСНОВАНИЯ НЬЮТОНОВОЙ МЕХАНИКИ

Вся остальная часть нашего курса посвящена *динамике* как разделу классической механики. В динамике, в отличие от кинематики, движение *не предполагается известным* априори. Наоборот, цель динамики состоит в *предсказании* эволюции механической системы во времени. *Заданными* при этом считаются начальное состояние системы и взаимодействия между телами, входящими в ее состав. Последние в классической механике вводятся чисто феноменологически, никак не связываются с фундаментальными взаимодействиями. Установление соответствующих связей входит в компетенцию других разделов физической науки.

Как упоминалось во введении, при обсуждении динамических проблем используют три разных по форме, но эквивалентных по существу подхода – ньютонов, лагранжев и гамильтонов. Каждый из них обладает своими достоинствами (и недостатками). Мы начнем изложение динамики с обсуждения *ньютонова формализма* в его общем виде.

§1. Критические замечания

В ньютоновом формализме классической механики фундамент составляют некие принципы, или постулаты, называемые *законами Ньютона* и являющиеся обобщением многочисленных опытных данных. Законы Ньютона общеизвестны, и случилось так, что они представляются в какой-то мере тривиальными. Но следует иметь в виду одно важнейшее обстоятельство.

Ньютон сформулировал свои законы около 300 лет тому назад (его основополагающий труд «Математические начала натуральной философии» вышел в свет в 1687 г.). Той эпохе, как и вообще каждой эпохе, присущи свои особенности научного мышления, свой стиль изложения научных результатов, свой уровень логической и математической строгости. И, разумеется, они не могут нас полностью устроить в настоящее время. В еще большей степени это относится к общемировоззренческим установкам самого Ньютона, который проповедовал, например, концепцию абсолютного пространства, давно отвергнутую наукой.

Приведем в качестве иллюстрации оригинальные формулировки законов Ньютона, данные самим автором (см. перевод в кн.: А.Н. Крылов, Собрание трудов, т.7, М.-Л., 1936).

Первый закон

«Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.»

Второй закон

«Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.»

Третий закон

«Действию всегда есть равное и противоположное противодействие; иначе взаимодействия тел друг на друга между собой равны и направлены в противоположные стороны.»

Здесь возникает множество вопросов, большинство из которых имеет принципиальный характер.

1. В какой системе отсчета сформулированы законы? Для Ньютона ответ, по-видимому, был очевидным – в системе отсчета, связанной с абсолютным пространством (впоследствии с эфиром); но что это такое?
2. Что такое силы, которые фигурируют уже в первом законе?
3. Что такое количество движения? По Ньютону, это произведение массы на скорость. Но что такое масса? Опять же, по Ньютону, это количество вещества в теле, пропорциональное его объему и плотности. А что такое плотность?
4. Не является ли первый закон следствием второго? Непосредственно видно, что является. Но тогда зачем он нужен? По-видимому, Ньютон включил его по чисто полемическим соображениям, чтобы подчеркнуть неправильность воззрений Аристотеля в этом пункте. Ведь согласно аристотелевской физике, тела, на которые ничто не действует, обязаны покоиться и вовсе не могут двигаться равномерно. Другое возможное объяснение приводит в своей интересной и глубокой работе И.Ю. Кобзарев (см. И.Ю. Кобзарев, Ньютон и его время, изд-во «Знание», 1978). Но так или иначе, «преумножение сущностей» недопустимо.
5. Что такое «равные действия», или «равные взаимодействия»?

Вопросы можно преумножить (например, подчиняется ли законам Ньютона вращающийся волчок), но мы ограничимся сформулированными.

В такой ситуации представляется по меньшей мере странной бытующая и по сей день тенденция переносить в учебники законы Ньютона в их оригинальной формулировке. Правда, в большинстве случаев авторы сознают, что следует изменить хотя бы ньютоновскую терминологию, приблизив ее к современной. Но это ни в коей мере не заменяет даже самый минимальный критический комментарий к законам Ньютона, так как их трактовка остается прежней. Как правило, соответствующие модификации сводятся к следующему утверждению:

> «Согласно современным представлениям и терминологии в первом и втором законах под телом следует понимать *материальную точку*, а под движением – движение относительно *инерциальной системы отсчета*».

(Процитировано по статье «Ньютона законы механики» в кн.: Физический энциклопедический словарь, т.3, М., 1963).
Вот что при этом получается (см. статью «Динамика» в т.1 того же издание).

<u>Первый закон</u>

> «Если на материальную точку не действуют никакие силы (или если приложенные к ней силы взаимно уравновешиваются), то по отношению к инерциальной системе отсчета материальная точка будет находиться в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения».

<u>Второй закон</u>

> «Если на материальную точку действует сила $\vec{F}$, то точка получает по отношению к инерциальной системе отсчета такое ускорение $\vec{\omega}$, что произведение массы m точки на это ускорение равно $m\vec{\omega} = \vec{F}$.»

Третий закон

> «Две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по абсолютной величине и направленными в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки».

Ни один из поставленных выше вопросов, кроме несущественного последнего, и здесь, конечно, не получает надлежащего ответа, так как изменение слов практически не меняет содержания. Первый вопрос, являющийся, пожалуй, наиболее важным, даже усугубляется. Он ведет за собой следующий вопрос: что такое инерциальная система отсчета? В статье «Инерциальная система отсчета» все того же Физического энциклопедического словаря (т.2, М., 1962) соответствующий ответ гласит:

«Инерциальная система отсчета – любая система отсчета, в которой справедлив закон инерции, т.е. тело, не подверженное действию сил, сохраняет свою скорость по величине и направлению».

При сравнении этого определения с только что приведенной формулировкой первого закона сразу выявляется порочный логический круг, выход из которого в рамках традиционно принимаемой схемы не представляется возможным.

В учебной литературе встречаются и более претенциозные попытки анализа содержания законов Ньютона и придания им современной формы. Однако с сожалением приходится констатировать, что подобные попытки не всегда оказываются удачными.

Главная цель данной короткой главы как раз и состоит в выяснении истинного смысла законов Ньютона и в приведении оснований ньютоновской механики в соответствие с современными общенаучными концепциями. Исходили мы из того, что они должны давать ответ на следующие вопросы:

1. Каков тот класс систем отсчета, которые занимают привилегированное положение в физике, по крайней мере, в классической механике?
2. Какая группа является максимально широкой группой преобразований инвариантности классической механики?
3. Каков тот набор физических величин, которые задают состояние механической системы?
4. Под действием каких причин изменяется состояние механической системы и какие внутренние характеристики частиц системы являются определяющимим при описании соответствующих изменений?
5. Какой вид имеют динамические уравнения, т.е. уравнения, позволяющие предсказать эволюцию механической системы во времени?

В приводимой ниже формулировке ответов на эти и подобные им вопросы суть ньютоновой механики в целом ни в коей мере не затронута. Просто основные ее положения представлены в виде некой логической схемы, в которой четко выделены определения и постулаты и явным образом оговорены утверждения, допускающие доказательство.

Одним из основных служило требование, являющееся совершенно очевидным, но почему-то далеко не всегда выполняемое: определение всякой физической величины не должно приводить к замкнутому кругу и не должно ограничиваться ничего не значащими словами типа «масса есть мера инертности тела». Но зато оно обязано включать указание принципиального способа измерения вводимой величины. Кроме того, при построении схемы ньютоновой механики у нас самым существенным образом привлекаются соображения инвариантности, кратко изложенные в §4 предыдущей главы. Наконец, при выборе исходных концепций и постулатов немаловажную роль играл «принцип экономии мышления».

§2. Первый закон Ньютона

Определение 1. *Частицей* называется такой материальный объект, движение которого в выбранной системе отсчета полностью описывается заданием зависимости от времени трех координат: η_1, η_2, η_3.

Наглядно говоря, частица – это материальный объект, не обладающий внутренней структурой. В разных задачах один и тот же объект можно рассматривать и как частицу, и как тело с внутренней структурой. Введенным понятием мы уже широко пользовались в кинематике, причем ниже под координатами частицы η_1, η_2, η_3 всюду понимаются ее декартовы координаты $x \equiv x_1$, $y \equiv x_2$, $z \equiv x_3$.

Определение 2. *Изолированной частицей* называется частица, бесконечно удаленная от всех прочих тел Вселенной.

Разумеется, это – идеализация, призванная заменить непонятные пока слова вроде «на тело не действуют силы», отвечающие в общем-то тоже некоторой идеализации. Часто против определения 2 выдвигают следующее возражение. Если частица бесконечно удалена от всех других тел, то она изолирована и от тела отсчета, и от измерительных приборов. Но как же в такой ситуации можно изучать ее поведение? Ответ на этот вопрос фактически содержится в одном предположении, которое делается во всей классической физике и которое перестает быть справедливым в квантовой теории.

Постулат I. В классической физике принимается принципиальная возможность *беспредельного уменьшения* влияния процедуры измерения на состояние исследуемой системы.

По своей сути и общности он тесно примыкает к постулату 4 из §1 предыдущей главы. Таким образом, всегда можно воспользоваться телом отсчета и приборами, а затем исключить их влияние, считая частицу полностью изолированной.

Определение 3. *Суперинерциальной системой отсчета* называется такая система отсчета, в которой *произвольная* изолированная частица покоится.

Если бы подобные системы отсчета существовали, то они были бы наиболее удобными с точки зрения описания движений материальных тел, ибо в них законы движения формулировались наиболее простым способом. Фактически именно таковы исходные посылки аристотелевской физики.

Одно из величайших открытий Галилея состоит в установлении следующего факта.

Постулат II. В природе *не существует* суперинерциальных систем отсчета.

Теперь нужно обсудить следующую по простоте возможность.

Определение 4. *Инерциальной системой отсчета* называется такая система отсчета, в которой *произвольная* изолированная частица обладает нулевым ускорением.

Обращаем внимание на необходимость введения в определения 3 и 4 эпитета «произвольная» по отношению к рассматриваемой частице. Дело просто в том, что для одной частицы, какой бы она ни была, всегда найдется подходящая система отсчета. Это система, связанная с самой частицей, в которой не только $\vec{\omega}=0$, но и $\vec{v}=0$ и даже $\vec{r}=0$.

Если объединить определения 2 и 4, то понятие инерциальной системы отсчета (аналогично, суперинерциальной системы) можно будет ввести несколько более строгим способом:

> Пусть задана *произвольная* частица и пусть R – расстояние от нее до ближайшего тела Вселенной: если система отсчета такова, что для ускорения $\vec{w}$ этой частицы
>
> $$\lim_{R\to\infty}\vec{w}(R)=0, \tag{2.1}$$
>
> то она называется *инерциальной системой отсчета (ИСО).*

Это определение является достаточно конструктивным, поскольку требование (2.1) дает нам критерий «степени инерциальности» той или иной наперед заданной системы отсчета. Чем меньше величина ускорения изолированной частицы в смысле (2.1), тем более инерциальна система отсчета. На практике в качестве изолированной частицы обычно выбирается центр масс замкнутой системы (см. ниже).

Но *существует ли* ИСО в природе? Наученные ситуацией с суперинерциальными системами, мы уже не можем осмелиться высказывать по этому поводу какие-то априорные суждения. Реальный ответ на поставленный вопрос родился из обобщения многочисленных опытных данных, и принадлежит он Галилею. Заслуга Ньютона в том, что он возвел это утверждение в ранг фундаментального принципа.

Постулат III. (Первый закон Ньютона)

> Множество ИСО не пусто.

Итак, положительная часть Первого закона Ньютона состоит в том, что декларируется существование *хотя бы одной ИСО*.

Однако в столь слабой формулировке Первый закон имеет ограниченную область применимости, чем еще в большей степени подчеркивается его нетривиальность.

Постулат III безоговорочно выполняется только в пренебрежении гравитацией. Согласно *общей теории относительности (ОТО),* последовательно учитывающей гравитационные явления, не существует единой системы отсчета, которая была бы инерциальной во всем пространстве и во все моменты времени. При наличие гравитации ИСО можно вводить только локально – в достаточно малых областях пространства и на протяжении достаточно коротких интервалов времени.

Вернемся, однако, к классической механике. Здесь ИСО заведомо существует, и они наиболее приспособлены для формулировки основных положений теории. Ясно, что в них динамические уравнения должны выглядеть особенно просто. Поэтому условились поступать следующим образом.

Соглашение. Все законы классической механики формулируются в ИСО.

Как же построить хотя бы одну ИСО, которая заведомо существует, но которую нужно еще найти? Для самого Ньютона ответ на этот вопрос представлялся самоочевидным, почему он нигде и не упоминал, в каких именно системах отсчета выполняются его законы. Ньютон неявно предполагал, что годится любая система отсчета, неподвижная относительно *абсолютного пространства*. Поэтому в принятой выше терминологии Первый закон Ньютона в трактовке его автора фактически гласит следующее:

> Всякая система отсчета, связанная с абсолютным пространством, является инерциальной.

Впоследствии инерциальные системы отсчета стали связывать с *эфиром*, но это не изменило сути дела.

Как известно, современная наука отвергает концепции абсолютного пространства и эфира, а поэтому указанные способы реализации ИСО непригодны. На практике ее построение является весьма хлопотливым делом, и оно может быть осуществлено лишь с той или иной степенью приближения. Во многих задачах инерциальной можно считать уже геоцентрическую систему. Более инерциальной (в смысле, разъясненном в связи с определением 4) является гелиоцентрическая система. В еще гораздо большей степени инерциальна система отсчета, начало которой помещено в центр Солнца, а ее координатные оси ориентированы на удаленные звезды. Как при достижении абсолютного нуля температуры, процесс реализации истинно инерциальной системы отсчета можно продолжать бесконечно. «Ищущий да обрящет!»

На этом этапе рассуждений возникают следующие кардинальные вопросы:

1. Единственна ли ИСО?
2. Если нет, то имеется ли в классе всех ИСО все-таки какая-то выделенная система отсчета, в которой законы природы формулируются особенно просто?

Как мы сейчас увидим, решение первого вопроса не требует больших усилий. Анализ же проблематики, связанной со вторым вопросом, оказался весьма нетривиальным. В конечном итоге именно он привел к созданию специальной теории относительности. Ниже этот вопрос будет обсуждаться лишь в рамках ньютоновой механики, а его общий анализ мы отложим до следующего семестра.

Ясно, что в процессе поисков ответов на поставленные вопросы нужны правила пересчета координат событий и значений физических величин (и, прежде всего, скорости) из одной системы отсчета в другую. Но они уже были сформулированы в §§4-6. Для дальнейшего особенно важны результаты, полученные в §6, которые мы резюмируем в виде отдельного постулата.

<u>Постулат IV. (Преобразования Галилея)</u>

> Переход от координат события в системе отсчета S к координатам того же события в системе отсчета S', движущейся относительно S поступательно с постоянной скоростью $\vec{V}$, осуществляют полные преобразования Галилея

$$\left.\begin{aligned} \vec{r}' &= \Omega\vec{r} \mp \vec{V}\left(t-\tau\right) \mp \vec{a} \\ t' &= \pm\left(t-\tau\right) \end{aligned}\right\} \qquad (\tilde{\Omega}\Omega = I)\,. \tag{2.2}$$

В формулах (2.2) верхний знак при $t-\tau$ отвечает неизменному направлению времени, нижний – его обращению. Аналогично, верхний знак при $\vec{a}$ соответствует сохранению общей ориентации координатных осей ($\det\,\Omega = +1$), нижний – пространственной инверсии ($\det\,\Omega = -1$).

Следствие. При переходе от системы отсчета S к системе отсчета S', фигурирующей в постулате IV, скорость частицы преобразуется по закону

$$\vec{v}' = \Omega \vec{v} - \vec{V} . \tag{2.3}$$

Результат получается дифференцированием первой формулы (2.2) по времени t' с учетом того, что, согласно второй формуле

$$\frac{d}{dt'} = \pm \frac{d}{dt} .$$

Соотношение (2.3) представляет собой классический закон сложения скоростей в его общей формулировке, когда

$$\Omega \neq I .$$

Теорема 1. Пусть S – некоторая ИСО. Система отсчета S' инерциальна тогда и только тогда, когда она связана с S преобразованием Галилея типа (2.2).

Доказательство

а) Пусть S' связана с S преобразованием Галилея. Рассмотрим произвольную изолированную частицу. Согласно определению ИСО, ее скорость $\vec{v}$ в системе S постоянна. Скорость частицы $\vec{v}'$ в системе S' задается формулой (2.3). Оба слагаемых в ней постоянны: первое – в силу постоянства $\vec{v}$ и Ω, а второе – по определению преобразований Галилея. Итак, скорость произвольной изолированной частицы в системе S' постоянна, а потому последняя есть также ИСО, по определению 4.

б) Пусть теперь система отсчета S' инерциальна. Для произвольной изолированной частицы скорость $\vec{v}'$ в этой системе связана со скоростью $\vec{v}$ в S формулой, несколько обобщающей (4.7):

$$\vec{v}' = \Omega \vec{v} - \vec{V} - \left[\vec{\omega},\ \Omega \vec{r} \right]. \tag{2.4}$$

Очевидно, что условия $\vec{v}' = const$ и $\vec{v} = const$, вытекающие из инерциальности S и S', могут выполняться лишь в том случае, когда $\vec{\omega} = 0$ и $\vec{V} = const$. Таким образом, S' обязана двигаться относительно S поступательно с постоянной скоростью. Но, согласно постулату IV, это означает, что система S' связана с S одним из преобразований Галилея.

Доказанная теорема дает нам исчерпывающее описание класса всех ИСО.

Следствие. В природе существует континуальное множество ИСО.

Это утверждение мгновенно вытекает из Первого закона Ньютона, утверждающего существование хотя бы одной ИСО, и из теоремы 1. Если какая-то ИСО фиксирована, то остальные можно задавать посредством десяти непрерывно меняющихся параметров: 3 из них задают вращение (матрицу Ω), 3-пространственную трансляцию (вектор $\vec{a}$), 3 – движение системы S' (скорость $\vec{V}$) и 1 – сдвиг во времени (скаляр τ).

Итак, «удобных» систем отсчета существует бесконечно много. И теперь на первый план выдвигается второй из поставленных выше вопросов: нет ли среди них какой-то «самой удобной» системы отсчета, типа той, которую ранее связывали с абсолютным пространством, а затем с эфиром. Чтобы ответить на него, введем предварительно одно важное понятие, которое играет важную роль во всей классической механике.

Определение 5. Система частиц называется *замкнутой*, если расстояние каждой из них до любого из остальных тел Вселенной бесконечно велико.

Очевидно, что это понятие является непосредственным обобщением понятия изолированной частицы и, разумеется, представляет собой определенную идеализацию.

Постулат V. (Принцип относительности Галилея)

Законы классической механики для замкнутых систем ковариантны по отношению к преобразованиям (2.2) из полной группы Галилея.

Этот постулат включает предположения об однородности и изотропности пространства, об однородности времени, о симметрии правое – левое, об обратимости времени. С точки зрения обсуждаемой здесь проблематики наибольшего внимания заслуживает то, что он содержит собственно принцип относительности Галилея – ковариантность уравнений относительно *частных* преобразований Галилея (6.1). Отсюда вытекает невозможность обнаружения какого-то «абсолютного» движения данной системы отсчета. Все ИСО полностью равноправны.

Особо следует остановиться также на требовании инвариантности по отношению к обращению времени. В рассматриваемом аспекте оно служит, собственно, определением *чисто механических систем*. Это требование запрещает наличие трения, приводящего к диссипации энергии, т.е. к необратимому процессу превращения механической энергии в тепловую (немеханическую).

В формулировке принципа относительности не случайно речь идет о *замкнутых* системах частиц. Незамкнутые системы возникают как результат искусственного выделения некой подсистемы из какой-то более широкой системы. При этом оставшиеся тела играют роль фиксированного внешнего окружения, которое, естественно, нарушает часть свойств симметрии «физических» пространства и времени, на фоне которых движутся частицы выделенной подсистемы. Если угодно, можно считать, что принцип относительности формулируется для всей Вселенной в целом. Но на таком масштабном уровне классическая механика уже неприменима (см. Введение).

Принцип относительности Галилея допускает и другие, эквивалентные, формулировки, которые часто можно встретить в литературе.

1. Все механические явления в различных ИСО протекают совершенно одинаково.
2. С точки зрения нерелятивистских механических явлений, не существует выделенных ИСО – все они равноправны.
3. Никакими механическими опытами, проводимыми в изолированной лаборатории, невозможно установить факт ее равномерного прямолинейного движения относительно некоторой фиксированной ИСО.

В последней формулировке содержание принципа относительности Галилея в значительной степени сужено, так как не учтена возможность поворотов систем координат, их трансляций и т.п.

Некоторого комментария требует также первая формулировка. В ней опять-таки имеется в виду ковариантность уравнений движения, т.е. неизменность их формы при переходе от одной ИСО к другой. Видимый же характер самого движения может претерпеть существенные изменения. Так, свободно падающее тело в ИСО, связанной с Землей, движется по вертикальной прямой, а в ИСО, связанной с поездом, – по параболе. Но никакого противоречия здесь нет. Дело в том, что закон движения частицы определяется не только уравнениями движения, которые, как мы увидим, являются дифференциальными уравнениями, но и начальными условиями. При изменении системы отсчета уравнения сохраняют свою форму, а начальные условия претерпевают изменения. Принцип относительности утверждает просто то, что для одинаковых физических систем, рассматриваемых в разных ИСО, можно так подобрать начальные условия, связанные преобразованиями Галилея, что их движения в этих разных ИСО будут идентичными.

§3. Второй закон Ньютона

Первый закон Ньютона утверждает существование ИСО, а если встать на динамическую точку зрения, то он рассказывает нам, как ведут себя изолированные частицы, не подверженные влиянию других тел. Теперь следует каким-то способом учесть это влияние, которое называется также *воздействием* материальных тел на данную частицу. Когда речь идет о взаимном влиянии тел друг на друга, то говорят об их *взаимодействии*.

И прежде всего следует выяснить, каков тот набор величин, посредством которого описываются состояния механической системы, какие из кинематических характеристик системы меняются при их взаимодействии, и какими величинами следует характеризовать взаимодействие. Примерно на такой круг вопросов и дает ответ Второй закон, хотя частично этот ответ содержится уже в Первом законе.

Подчеркнем, что согласно принятому выше соглашению, Второй закон, как и прочие положения механики, будет формулироваться в какой-то ИСО (согласно принципу относительности, безразлично, в какой именно). Тем самым справедливость Первого закона является необходимой предпосылкой справедливости Второго закона, а потому Первый закон ни в коей мере *не является* следствием Второго.

Как явствует из Первого закона, дополненного принципом относительности, начальное положение и скорость могут быть приписаны данной частице произвольным образом, так как посредством преобразований Галилея им всегда можно придать любые желаемые значения. Но это значит, что положения и скорости частиц *с необходимостью* входят в набор величин, задающих состояние механической системы. Но достаточно ли их для задания состояния?

Прежде чем ответить на этот кардинальный вопрос, введем некую удобную систему обозначений. Ниже рассматриваются (замкнутые) системы, состоящие из N частиц. Совокупности их координат, скоростей и ускорений будем обозначать следующими символами:

$$\{\vec{r}_1,...,\vec{r}_N\} \equiv R; \quad \{\vec{v}_1,...,\vec{v}_N\} \equiv \vec{V} \equiv \dot{\vec{R}}; \quad \{\vec{w}_1,...,\vec{w}_N\} \equiv \vec{W} \equiv \dot{\vec{V}} \equiv \ddot{\vec{R}}. \tag{3.1}$$

Тем самым, скажем, запись $R = Vt$ означает, что выполняются N соотношений

$$\vec{r}_1 = \vec{v}_1 t, ..., \vec{r}_N = \vec{v}_N t.$$

Сформулируем теперь ответ на поставленный вопрос, который составляет содержание одного из наиболее фундаментальных положений классической механики.

<u>Постулат VI. (Принцип детерминированности)</u>

Совокупность начальных координат и скоростей

$$R\big|_{t=t_0} \equiv R_0, \quad \dot{R}\big|_{t=t_0} \equiv V_0 \tag{3.2}$$

частиц замкнутой механической системы полностью определяет всю ее эволюцию во времени, т.е. задает закон движения

$$R = R(t; R_0, V_0). \tag{3.3}$$

Иными словами, в фиксированной ИСО состояние механической системы однозначно задается положениями и скоростями частиц, входящих в ее состав. Это утверждение нетривиально.

«Мы не успеваем удивиться этому факту, так как узнаем его очень рано. Можно представить себе мир, в котором для определения будущего системы нужно в начальный момент знать также и ускорения. Наш мир не таков.»

(В.И. Арнольд, Математические методы классической механики, Наука, М., 1974).

И другие «миры» действительно существуют. В некоторых случаях для предсказания эволюции системы во времени достаточно задать лишь величины, являющиеся аналогами координат. Так в максвелловской электродинамике состояние электромагнитного поля задается напряженностями $\vec{E}$ и $\vec{H}$, но не их производными. Иногда же характеристики состояния системы включают и вторые производные от координат. Примером тому может служить движение заряженной частицы с учетом так называемого радиационного трения. Однако все подобные системы не относятся к числу механических.

Мало того, в нашем реальном мире механических систем в смысле утверждения постулата VI, строго говоря, вообще не существует. Ведь в этом постулате фигурируют лишь материальные частицы, причем неявно предполагается, что взаимодействие между ними осуществляется мгновенно, а, стало быть, без материального агента. Но мы знаем, что на самом деле взаимодействие всегда осуществляется тем или иным материальным полем, которое распространяется в пространстве с конечной скоростью, не превышающей скорость света c. И в замкнутую систему, наряду с частицами, необходимо включать и поле.

Даже если мы ухитримся каким-то способом эффективно исключить из рассмотрения поле, то запаздывание в распространении взаимодействия все равно останется. Оно будет сказываться на том, что для предсказания эволюции системы частиц недостаточно задания значений их координат и скоростей в какой-то фиксированный момент времени. Их нужно задавать в некотором временном интервале, протяженность которого Δt по порядку величины должна равняться L/c, где L – диаметр рассматриваемой системы. В точку он стягивается лишь при $c \to \infty$, и реально в том случае, когда рассматриваются весьма медленные движения: $v_a \ll c$. В итоге мы и получаем классическую механику.

Тем не менее, мы будем принимать постулат VI без всяких оговорок, так как нигде не будем выходить за рамки классической физики. Из сказанного ясно, что в существенных уточнениях он нуждается только в СТО, где есть предельная скорость, и в квантовых теориях, где не выполняется постулат 4 из гл.I, т.е. вообще невозможно совместное задание координат и скоростей частиц (соотношение неопределенностей Гейзенберга).

Постулат VI′. (Второй закон Ньютона)

Ускорения частиц замкнутой механической системы определяются их координатами и скоростями, заданными в этот момент времени:

$$\ddot{R}(t) = \mathcal{F}\left[R(t), \dot{R}(t), t\right]. \tag{3.4}$$

По поводу применимости постулата VI′ можно высказать абсолютно те же замечания, что и в связи с постулатом VI. В частности, он перестает быть справедливым в СТО, где обязательно нужно учитывать конечность скорости распространения взаимодействий, «размазывая» правую часть в (3.4) по некоторому интервалу времени. Именно поэтому в рамках СТО даже анализ проблемы двух тел оказывается чрезвычайно сложным, и эта задача не допускает точного решения.

Определение 6. Величину

$$\mathcal{F} \equiv \left\{ \vec{f}_1, ...\vec{f}_N \right\}, \qquad (3.5)$$

стоящую в правой части (3.4), будем называть *силовой функцией*.

Этот термин является неологизмом, и мы сознаем его некоторую неуклюжесть. Оправданием его введения служит то, что он будет использоваться весьма недолгое время, причем исключительно ради краткости выражения. Подчеркнем, что на самом деле силовая функция представляет собой $3N$ функций от $6N+1$ переменных R, $\dot{R}$ и t. При этом ее зависимость от t двоякая:время входит в $\mathcal{F}$ неявным образом через посредство R и $\dot{R}$, а может входить и явным образом.

Постулат VI′ недаром назван *Вторым законом Ньютона*, хотя это и есть некоторый отход от традиции. Основная его суть абсолютно та же, что и суть Второго закона в обычном понимании. Он связывает ускорения с силовой функцией, задание которой эквивалентно заданию N трехмерных векторов, лишь множителями (массами) отличающихся от *сил*. В конце концов, совершенно безразлично, как записывать уравнения движения, скажем, для системы гравитирующих частиц, – в стандартной форме

$$m_a \ddot{\vec{r}}_a = \sum_{b \neq a} G \frac{m_a m_b}{\left| \vec{r}_a - \vec{r}_b \right|^2} \frac{\vec{r}_a - \vec{r}_b}{\left| \vec{r}_a - \vec{r}_b \right|},$$

или в виде (3.4):

$$\ddot{\vec{r}}_a = \sum_{b \neq a} G \frac{m_b}{\left| \vec{r}_a - \vec{r}_b \right|^2} \frac{\vec{r}_a - \vec{r}_b}{\left| \vec{r}_a - \vec{r}_b \right|}.$$

Главное, чтобы и там и здесь были в явной форме известны правые части уравнений.

Уравнение (3.4) равнозначно утверждению, что взаимодействие, характеристикой которого и является силовая функция $\mathcal{F}$, приводит к возникновению ускорения частиц. Подчеркнем, однако, что, хотя (3.4) и связывает силовую функцию $\mathcal{F}$ с ускорением $\ddot{R}$, но два этих понятия не тождественны. Ускорение есть *кинематическая характеристика системы*, зависящая только от времени t, причем явным образом. Силовая функция есть *динамическая характеристика системы* – функция ее состояния, явный вид которой определяется конкретными частицами, входящими в состав системы. Силовую функцию следует задавать *независимо* от ускорений. Эта фраза имеет весьма тонкий семантический смысл, непонимание которого служит источником многих недоразумений. Что значит задать ускорение? Это значит задать *значение* величины $\ddot{R}$ в данный момент времени. Что значит задать силовую функцию? Это значит задать *зависимость* величины $\ddot{R}$ от R и $\dot{R}$ в данный момент времени. Ясно, что это совершенно разные вещи, и именно это делает формулу (3.4) не пустой тавтологией, а законом природы. Он представляет собой систему дифференциальных уравнений, решая которую при дополнительном задании начальных условий, мы определим движение частиц.

Другое дело, как *измерять* силовую функцию $\mathcal{F}$ и откуда брать ее *явный вид* в данной конкретной задаче. Из сказанного ясно, что первый вопрос является в общем-то бессодержательным. Мы осмеливаемся утверждать, что силовая функция (так же, как и сила) НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНОЙ в обычном понимании этого слова, так же, как, скажем, не является особой физической величиной правая часть закона всемирного тяготения в его обычной трактовке:

$$\vec{F} = G\frac{mM}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \ .$$

Поэтому утверждение, что Второй закон Ньютона становится ЗАКОНОМ лишь после того, как указаны независимые способы измерения ускорения и силовой функции, не имеет под собой основания. Вместе с ним совершенно излишним оказывается введение не имеющего никакого отношения к делу способа измерения силовой функции (или силы) с помощью каких-то пружин или прочих подручных средств. Функцию не нужно и не следует измерять. Нужно лишь установить ее зависимость от аргументов – в данном случае от R, $\dot{R}$ и t, способы измерения которых нам известны из кинематики.

Откуда же брать явный вид силовой функции для конкретной системы частиц? Этот вопрос, разумеется, вполне осмыслен и весьма важен. Но аналогично тому, как Первый закон Ньютона не дает нам рецепта построения заведомо существующей ИСО, так и Второй закон Ньютона не указывает способ построения силовой функции. В общем-то, она берется оттуда же, откуда берется и явный вид сил при обычном построении ньютоновой механики. Но разумеется, никакого ответа здесь пока не содержится. Вообще, как говорилось во введении, в §2, он не относится к компетенции классической механики. В ее рамках вид силовых функций вводится чисто феноменологически, и определяется он экспериментальным путем. Но как? Разумеется, путем исследования зависимости значений ускорений частиц от их координат и скоростей (и, может быть, от времени). И в этом ничего крамольного нет. Чтобы убедиться в этом, достаточно вспомнить историю физики.

Галилей чисто экспериментально установил независимость ускорения свободного падения тела от его внутренних характеристик, от положения по отношению к Земле и от скорости. Он сформулировал, если угодно, в данном частном случае Второй закон Ньютона в форме

$$w \equiv \ddot{y} = const \equiv g \ ,$$

из которого путем теоретических умозаключений (подтвержденных экспериментом) вывел закон движения свободно падающего тела:

$$y = \frac{gt^2}{2} \ .$$

(В действительности, Галилей действовал ровно противоположным способом, но это не меняет сути дела).

Ньютон изучал эмпирически установленные кинематические законы Кеплера, из коих вывел, что ускорение, сообщаемое Солнцем планете, задается формулой

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{const}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \equiv \frac{GM}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \ .$$

По сути дела это есть также частный случай Второго закона Ньютона, лишь по традиции записываемый в несколько иной форме и называемый законом всемирного тяготения. Аналогично этому и факт, установленный Галилеем, можно было бы назвать законом свободного падения. Существенно, что последнее соотношение представляет собой дифференциальное уравнение, решая которое при разных начальных условиях, мы получим как законы Кеплера, так и огромное количество дополнительной информации.

Подчеркнем, что это в рассмотренных примерах никакие пружины не употреблялись. Говорят, что это несущественно, поскольку они дают нам ПРИНЦИПИАЛЬНЫЙ способ измерения силовой функции (силы), который далеко не всегда следует применять на

практике. Но, все-таки, что измеряли Галилей и Ньютон? Фактически, конечно, ускорения, и ни к чему страшному это не привело. Так зачем тогда вообще нужны пружины?
Тем более, что их применение в завуалированной форме все равно основывается на измерении все тех же ускорений. Только используются не частицы, а отдельные части существенно макроскопического тела, причем подверженные весьма сложным воздействиям, учесть которые не так-то просто.

Мы намеренно остановились на проблеме «измерения» силовой функции столь подробно, ибо именно в этом пункте и возникает наибольшее количество недоразумений. Выше рассматривалась одна лишь крайность – *требование непременно измерять* силовую функцию (силу) независимо от ускорения с помощью эталонной пружины. Это требование, хотя и оказывается излишним, но является достаточно безобидным.

Гораздо хуже другая весьма распространенная крайняя точка зрения, порочащая предложенную выше трактовку Второго закона Ньютона. Она объявляет формулу (3.4) не экспериментальным законом, а простым *определением* силовой функции. Если уж последовательно придерживаться подобной точки зрения, то и в законе всемирного тяготения в его обычной трактовке

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

правую часть следует рассматривать, как определение силы взаимодействия гравитирующих частиц. Но беда даже не в этом, а в том, что подобные взляды вредны с методической точки зрения. Отождествление силовой функции с ускорением возвращает нас к изжитому даже в курсе школьной физики всякого рода «движущих» сил, равных $m\vec{w}$. В частности, оно ведет к пониманию центростремительной силы как комбинации mv^2/R, что, как известно, резко усложняет решение даже самых простых задач.

Мы уже говорили, что истина, как это часто бывает, лежит где-то посередине между крайними точками зрения. Силовая функция не есть ускорение, но отыскание ее явного вида, т.е. зависимости от R, $\dot{R}$ и t, включает в качестве одной из операций измерение ускорения.

Но при таком подходе проблема определения вида силовой функции может представиться чрезвычайно сложной. Ведь сколько различных механических систем, а их бесконечно много хотя бы по числу частиц, столько и конкретных силовых функций. Это, конечно, так, но и здесь ничего страшного нет. Оказывается, что вид силовой функции достаточно установить в *ограниченном количестве случаев*, на практике весьма малом. Происходит это по следующим причинам.

а) Число фундаментальных взаимодействий равно четырем, причем в макромире проявляются лишь две из них – гравитационное и электромагнитное, хотя последнее и в разных серединных формах.

б) Определение вида силовой функции для системы произвольных частиц в количестве N сводится к определению вида силовой функции для системы из двух стандартных частиц (с единичными массами – см.§4) с последующим применением принципа суперпозиции (см.§5).

После столь пространного отступления вернемся к построению общей логической схемы ньютоновой механики. И прежде всего выясним, в каком взаимоотношении находятся постулат VI и постулат VI′. Ответ дает следующая теорема.

<u>Теорема 2</u>. Утверждения принципа детерминированности и Второго закона Ньютона эквивалентны.

Д о к а з а т е л ь с т в о

а) Пусть справедлив принцип детерминированности. Тогда начальное состояние системы (R_0, $\dot{R}_0$) определяет всю ее эволюцию, т.е. задает закон движения

$$R = R\left(t; R_0, \dot{R}_0\right). \tag{3.6}$$

Дважды дифференцируя (3.6) по времени, получим ускорение при любом t:

$$\ddot{R} = \ddot{R}\left(t; R_0, \dot{R}_0\right) \equiv \mathcal{F}\left(R_0, \dot{R}_0, t\right),$$

и, в частности, при $t = t_0$:

$$\ddot{R}_0 = \mathcal{F}\left(R_0, \dot{R}_0, t_0\right). \tag{3.7}$$

Согласно полному принципу относительности Галилея, время однородно. Это означает, что справедливость соотношения (3.7) не зависит от выбора начального момента t_0, а потому в нем нулевые индексы у всех величин можно убрать, и мы получаем Второй закон в форме (3.4).

б) Пусть выполняется Второй закон Ньютона в форме (3.4). При заданной силовой функции $\mathcal{F}$ это есть система $3N$ обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих второй порядок по времени. В силу теоремы существования и единственности, известной из курса математики, решение этой системы всегда есть, причем оно однозначно определяется заданием начальных условий (3.2). Но это и составляет содержание принципа детерминированности.

Итак, из постулата VI вытекает постулат VI′ и наоборот. В качестве исходного мы предпочитаем выбирать все же принцип детерминированности, ибо он представляется наиболее фундаментальным. Этот принцип фиксирует понятие *состояния* в классической механике и акцентирует внимание на такой важной естественно-философской концепции, как *причинность*. Впрочем, согласно теореме 2, это больше всего дело вкуса, и с равным успехом исходным можно объявить Второй закон Ньютона.

Теперь наша ближайшая цель – представить Второй закон Ньютона в его стандартном виде. Вспомним, что по-первоначалу он формулируется для *одной частицы*. Поэтому выделим из всей большой системы какую-то фиксированную частицу и будем интересоваться лишь ее поведением. Уравнение движения этой частицы содержится в (3.4):

$$\vec{w} = \vec{f}\left(R, \dot{R}, t\right). \tag{3.8}$$

Определение 7. Величина $\vec{f}$ называется *силовым вектором*, действующим на выделенную частицу со стороны других частиц замкнутой системы.

По поводу терминологии здесь следует сказать те же слова, что и в связи с определением 6. Подчеркнем, что силовой вектор $\vec{f}$ по-прежнему зависит от $6N+1$ переменных. Наряду с временем t, он содержит как координаты и скорости самой выделенной системы, так координаты и скорости всех прочих частиц, входящих в состав рассматриваемой замкнутой системы. И еще раз подчеркнем, что силовой вектор $\vec{f}$, действующий на частицу, не следует отождествлять с ее ускорением $\vec{w}$.

На данном этапе уместно ввести какую-то *внутреннюю* характеристику частиц, от которой, наряду с характером взаимодействий, зависят ускорения, сообщаемые этим частицам другими телами. Речь идет, конечно, о массе. Здесь существенную роль играет Третий закон Ньютона, только и позволяющий, строго говоря, ввести понятие массы, а вслед за ним и понятие обычной силы. И лишь после этого оказывается возможной стандартная формулировка Второго закона.

§4. Третий закон Ньютона. Масса

Чтобы сформулировать Третий закон и на его основе ввести понятие массы, рассмотрим замкнутую систему, состоящую всего из двух частиц 1 и 2, векторы ускорения которых обозначим как $\vec{w}_1$ и $\vec{w}_2$. Для этой системы имеет место следующее фундаментальное утверждение.

Постулат VII. (Третий закон Ньютона)

> В замкнутой системе из двух частиц векторы ускорений этих частиц антипараллельны, а отношение их модулей не зависит от состояния системы:

$$\vec{w}_1 \uparrow\downarrow \vec{w}_2, \quad \frac{|\vec{w}_1|}{|\vec{w}_2|} = const\,. \tag{4.1}$$

Другими словами, векторы ускорений рассматриваемых частиц лежат на одной прямой и направлены в разные стороны, а отношение их модулей не зависит от положений и скоростей частиц. В силу инвариантности ускорений относительно преобразований Галилея это отношение не зависит и от выбора ИСО.

Ясно, что постулат VII действительно можно назвать *Третьим законом Ньютона*. Только сформулирован он не на языке сил, как это делается обычно, а непосредственно на языке *ускорений* взаимодействующих частиц. Это обусловлено просто тем, что сил как таковых у нас пока нет, и в нашей схеме необходимой предпосылкой ее введения служит справедливость Третьего закона в форме постулата VII.

Следует отметить, что в определенной своей части Третий закон Ньютона является следствием ранее сформулированных положений. Рассмотрим две частицы, покоящиеся в данный момент времени. Тогда их ускорения обязаны быть направлены *по прямой*, соединяющей частицы. Это связано с векторным характером ускорений и с изотропностью пространства. Действительно, в данном случае имеется лишь один выделенный вектор, которым можно связать ускорения, – как раз тот, который соединяет частицы. Кроме того, ускорения частиц должны быть направлены *в разные стороны*. В противном случае система в целом, рассматриваемая “издали” как единая частица, обладала бы ненулевым ускорением, в противоречиии с Первым законом Ньютона. (Правда, это рассуждение требует ряда уточнений, но мы на нем особенно и не настаиваем). Очевидно, что в силу принципа относительности два последних соображения применимы и для частиц, движущихся в данной ИСО, но лишь *с равными* по величине и направлению *скоростями*.

Таким образом, нетривиальная ситуация возникает лишь тогда, когда частицы движутся с произвольными скоростями. Кроме того, всегда тривиальна вторая часть постулата VII, которую с помощью лишь сформулированных положений не удается доказать никакими ухищрениями, не вводя при этом явным или неявным образом дополнительных гипотез.

Область применимости Третьего закона в общем та же, что и области применимости принципа детерминированности и Второго закона. В частности, он может нарушаться и реально нарушается в тех случаях, когда необходимо учитывать запаздывание взаимодействия. Здесь не проходит даже приведенное выше рассуждение для покоящихся частиц, ибо их ускорения в данный момент времени определяются состоянием системы в некоторый предшествующий момент, когда у частиц имеются какие-то скорости. Известный пример нарушения Третьего закона дает нам магнитное взаимодействие заряженных частиц, которое в квазирелятивистском приближении создает ускорения

$$\vec{w}_1 \sim \frac{1}{c^2}\frac{\left[\vec{v}_1\left[\vec{v}_2\vec{r}\right]\right]}{r^3} \quad \text{и} \quad \vec{w}_2 = -\frac{1}{c^2}\frac{\left[\vec{v}_2\left[\vec{v}_1\vec{r}\right]\right]}{r^3},$$

в общем случае необязательно антипараллельные. Здесь как раз существенно запаздывание: как видно из приведенных формул, магнитное взаимодействие вообще исчезает после совершения формального предельного перехода $c \to \infty$.

Оставшаяся часть данного параграфа посвящена введению и обсуждению понятия массы в классической механике на основе Третьего закона Ньютона в той форме, как он сформулирован выше.

Определение 8. Отношение модулей ускорений двух частиц, образующих замкнутую систему, называется их *относительной массой*:

$$\frac{|\vec{w}_2|}{|\vec{w}_1|} \equiv m_{12}, \tag{4.2}$$

Эта величина, хотя обычно и не вводится, является вполне естественной и осмысленной. Достаточно вспомнить хотя бы оптику, где полностью аналогичным способом определяется относительный показатель преломления (роль ускорений играют синусы соответствующих углов). Как явствует из определения,

$$m_{21} = \frac{1}{m_{12}}. \tag{4.3}$$

В частности, для двух тождественных частиц (формально 2=1), чтобы не вступить в противоречие со сформулированными положениями, мы должны положить

$$m_{11} = 1. \tag{4.4}$$

Иными словами, ускорения двух взаимодействующих тождественных частиц суть взаимно противоположные векторы, равные по модулю. Это естественно в силу их неразличимости.

Согласно постулату VII, относительная масса не зависит от состояния системы двух заданных частиц, т.е. является ее внутренней характеристикой. Однако мы желаем ввести внутреннюю характеристику не системы двух частиц, а свою для каждой частицы.

Здесь естественно действовать аналогично тому, как в оптике осуществляется переход от относительных показателей преломления к абсолютным. Там все относительные показатели преломления привязываются к стандартной среде – вакууму. Здесь же все относительные массы следует привязывать к какой-то эталонной частице, характеристики которой будем снабжать нулевым индексом. В итоге возникает следующее понятие.

Определение 9. *Массой* m_1 частицы 1 называется относительная масса этой частицы и эталонной частицы:

$$m_1 = m_{10}. \tag{4.5}$$

Из этого определения и из (4.4) следует, что

$$m_0 \equiv m_{00} = 1, \tag{4.6}$$

т.е. эталонная частица – это такая частица, масса которой равна 1.
Эта «частица» хранится близ Парижа, в Севре, в Палате Мер и Весов.

Теперь нам нужно связать два понятия, вводимых определениями 8 и 9. В оптике связь между относительным и абсолютным показателями преломления осуществляется на основе какой-то независимой информации – обычно это соотношение между относительным показателем и скоростями света в рассматриваемых средах. В механике такой путь закрыт, поскольку мы не располагаем аналогичной информацией касательно относительно массы. В подобной ситуации вновь приходится обращаться к опыту. Наиболее экономичным является следующее положение.

Постулат VIII. (Мультипликативность относительной массы)

$$m_{10} \cdot m_{02} = m_{12} . \tag{4.7}$$

Таким образом, предполагается, что относительные массы перемножаются по правилу, подобному правилу треугольника для сложения векторов.

Очевидно, что соотношение (4.7) останется справедливым и в том случае, когда мы эталонную частицу 0 заменим произвольной частицей 3.

$$m_{13} \cdot m_{32} = m_{12} . \tag{4.8}$$

Действительно,

$$m_{13}m_{32} = m_{10}\left(m_{03}m_{30}\right)m_{02} = m_{10}m_{00}m_{02} = m_{10}m_{02} = m_{12} .$$

Вспоминая (4.3), перепишем равенство (4.8) в форме

$$\frac{m_{13}}{m_{23}} = m_{12} . \tag{4.9}$$

Этот результат достаточно нагляден. Он полностью эквивалентен утверждению постулата VIII, а потому может выступать в качестве его замены.

Постулат VIII решает поставленную задачу об установлении связи между относительной массой системы частиц 1 и 2 и массами этих частиц.

$$m_{12} = \frac{m_{10}}{m_{20}} \equiv \frac{m_1}{m_2} . \tag{4.10}$$

В итоге мы приходим к следующему *резюмирующему выводу*:

> отношение масс частиц 1 и 2 равно обратному отношению модулей ускорений, которые эти частицы приобретают в результате взаимодействия, когда образуют замкнутую систему:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\vec{w}_2|}{|\vec{w}_1|} . \tag{4.11}$$

В частности, считая здесь частицу 2 эталонной частицей 0, а частицу 1 – произвольной, мы для массы этой частицы окончательно будем иметь:

$$\boxed{m = \frac{|\vec{w}_0|}{|\vec{w}|}} . \tag{4.12}$$

Очень важно, что здесь содержится и принципиальный способ измерения массы, хотя по понятным причинам на практике к нему почти никогда не прибегают.

Подчеркнем, что понятие массы, как и многие другие величины в физике (тот же показатель преломления, потенциал и т.д.), является относительным понятием. Непосредственный смысл имеет лишь отношение масс – заданной частицы и эталонной частицы, масса которой по определению полагается равной единице, как это утверждает (4.6).

Во многих учебниках (4.11), или (4.12), сразу и безоговорочно объявляется определением массы. Однако из сказанного ясно, что заранее вовсе не очевидно, будет ли так введенная величина действительно внутренней характеристикой частицы или она будет характеристикой ее состояния. Достаточно тривиальную и неинтересную с обсуждаемой точки зрения вторую возможность удается исключить, лишь прибегая к опытным фактам. Главным из них является, конечно, Третий закон Ньютона, сформулированный у нас в виде постулата VIII.

Еще хуже, когда начинают и фактически кончают тем, что просто сообщают:

МАССА ЕСТЬ МЕРА ИНЕРТНОСТИ ТЕЛА,

причем,

> под инертностью понимается «сопротивляемость» данного тела воздействию на него других тел.

В таком виде эти слова, разумеется, ничего абсолютно не сообщают. Но если иметь в виду формулу (4.11), или (4.12), то этим ничего не значащим словам можно придать вполне определенный смысл. Просто они означают, что

> чем больше масса тела, тем меньшее ускорение получает оно при воздействии на него другого тела.

Но есть еще и ньютоновское понимание массы:

МАССА ЕСТЬ КОЛИЧЕСТВО ВЕЩЕСТВА В ТЕЛЕ.

В таком виде это «определение» столь же бессодержательно, как и предыдущее. Но попытаемся выяснить, нельзя ли ему придать какой-то разумный смысл.

Обсудим с этой целью следующую проблему. Пусть частицы 1 и 2 образуют замкнутую систему, и пусть массы m_1 и m_2 этих частиц известны. Пусть теперь мы рассматриваем данную систему «издали», как единую частицу, не учитывая ее внутренней структуры. Какую массу естественно приписать этой единой частице?

Согласно Третьему закону Ньютона (4.1) и окончательному определению массы (4.11), можно записать следующую цепочку равенств:

$$m_1\vec{w}_1 + m_2\vec{w}_2 = 0, \quad m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0, \quad \frac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2\right) = 0.$$

Интегрируя последнее уравнение, получим

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = const. \tag{4.13}$$

Таким образом, мы пришли к одному из законов сохранения, которые играют совершенно выдающуюся роль в современной физике. Сохраняющаяся величина заслуживает, конечно, своего специального названия.

<u>Определение 10</u>. Величина

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{4.14}$$

называется *импульсом частицы*, а величина

$$\vec{\mathcal{P}} = \sum_a m_a \vec{v}_a \tag{4.15}$$

– *импульсом системы частиц*.

В этой терминологии (4.13) означает, что

импульс замкнутой системы двух частиц есть величина сохраняющаяся.

Заметим, что, хотя этот закон сохранения и установлен у нас лишь для систем из двух частиц, но впоследствии его обобщение на случай замкнутых систем из произвольного числа частиц окажется тривиальным.

Важно подчеркнуть также, что выкладку, сопутствующую выводу закона сохранения импульса, можно обратить, и мы вернемся к Третьему закону Ньютона вместе с определением массы. Так что в основу изложения можно было бы положить и соотношение (4.13), чем мы сейчас, по сути дела, и будем пользоваться.

Перейдем теперь в новую ИСО, движущуюся относительно исходной со скоростью $\vec{u}$ (символ $\vec{V}$ нам понадобится для других целей). Имея в виду классический закон сложения скоростей

$$\vec{v}'_a = \vec{v}_a - \vec{u}\,,$$

для импульса той же системы частиц в новой ИСО будем иметь

$$\vec{\mathcal{P}}' = \vec{\mathcal{P}} - \vec{u}\sum_a m_a\,. \tag{4.16}$$

<u>Определение 11</u>. Говорят, что *система частиц покоится*, если ее полный импульс равен нулю.

В исходной ИСО система частиц, вообще говоря, движется в смысле только что сформулированного определения. Но (14.16) показывает нам, что всегда существует такая ИСО, в которой данная система частиц покоится. Это ИСО, движущаяся относительно исходной со скоростью

$$\vec{u} \equiv \vec{V} = \frac{\vec{\mathcal{P}}}{\sum_a m_a}\,, \tag{4.17}$$

а на скорость ньютонова механика никаких ограничений не накладывает.

На полученный результат можно посмотреть и с иной точки зрения.

<u>Определение 12</u>. *Скоростью системы частиц* называется скорость той ИСО, в которой данная система частиц покоится.

Таким образом, по этому определению величину (4.17) рассматриваем как скорость системы частиц. Тогда ее импульс можно записать в форме

$$\vec{\mathcal{P}} = \vec{V}\sum_a m_a\,, \tag{4.18}$$

очень похожей на выражение для импульса одной частицы. Это делает естественным введение следующего понятия.

<u>Определение 13</u>. *Массой системы частиц* называется сумма масс составляющих ее элементов:

$$M = \sum_a m_a \,. \tag{4.19}$$

Оправданием такому определению служит то, что теперь связь между импульсом, скоростью и массой системы частиц приобретает вид

$$\vec{\mathcal{P}} = M\vec{V}\,, \tag{4.20}$$

т.е. эта связь оказывается в точности такой же, как и для одной частицы.

В продолжение нашего построения можно ввести и понятие о *положении системы частиц.* Делается это следующим образом. Перепишем (4.20) как

$$\vec{V} = \frac{\vec{\mathcal{P}}}{M} = \frac{\sum_a (m_a \vec{v}_a)}{\sum_a m_a}\,, \tag{4.21}$$

или

$$\vec{V} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\sum_a (m_a \vec{r}_a)}{\sum_a m_a}\right]. \tag{4.22}$$

<u>Определение 14</u>. Точка, положение которой определяется радиусом-вектором

$$\vec{R} = \frac{\sum_a (m_a \vec{r}_a)}{\sum_a m_a}\,, \tag{4.22a}$$

называется *центром инерции системы частиц*, или ее центром масс.

Можно считать, что положение этой точки и задает положение системы частиц. Оправданием тому служит следующее обстоятельство. В равенстве (4.21) правая часть есть постоянный вектор, ибо таковым является вектор полного импульса. Поэтому постоянна во времени и скорость $\vec{V}$. Интегрируя (4.21) по времени с учетом определения (4.22), получим

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{V}t\,. \tag{4.23}$$

Таким образом, центр инерции системы частиц, задающий ее положение как некой единой цастицы, движется равномерно и прямолинейно, т.е. так же, как движется в ИСО изолированная частица. Но замкнутость системы и означает, что эквивалентная ей единая частица есть изолированная частица.

Следует подчеркнуть, что введение всех перечисленных понятий диктуется не какими-то эстетическими соображениями, или соображениями удобства и простоты запоминания. Совпадение выражений (4.20), (4.23) для системы частиц соответственно с выражениями (4.14) и

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t \tag{4.24}$$

для одной изолированной частицы решает сформулированную выше проблему. Именно это совпадение позволяет нам трактовать систему частиц, рассматриваемую издали, когда мы не интересуемся ее структурой, в качестве единой частицы. По-существу, здесь и кроется оправдание возможности введения принятой в самом начале курса идеализации – введение модельного понятия частицы.

Вернемся, однако, к массе. Имея в виду равенство (4.19), говорят, что масса в ньютоновой механике обладает свойством аддитивности.

Именно этот результат и делает более или менее понятной ньютонову трактовку массы как количества вещества, содержащегося в теле.

Кстати, из принятого определения массы системы частиц, т.е. из свойства ее аддитивности, фактически вытекает *закон сохранения массы* в ньютоновой механике:

$$\sum_a m_a = \sum_b \mu_b \,. \tag{4.25}$$

Действительно, частицы в классической физике считаются неизменными и полностью сохраняющими свою индивидуальность в разного рода процессах, обусловленных взаимодействиями. Они могут лишь отторгаться от каких-то сложных агрегатов или присоединяться к другим телам, приводя к возникновению еще более сложных образований. Но теперь, чтобы прийти к закону сохранения массы, достаточно применить свойство ее аддитивности как системы частиц, которые в данном процессе не дробятся на более мелкие образования.

Весьма существенно подчеркнуть, что все приводимые в этом параграфе рассуждения справедливы лишь в рамках *классической механики*, решающими для которой являются преобразования Галилея и принцип относительности Галилея (наряду, конечно, с другими эмпирическими фактами). В частности, естественность самого понятия массы системы частиц, определяемого формулой (4.19), базируется на соотношении (4.16), которое, в свою очередь, есть следствие определения импульса, тесно связанного с Третьим законом Ньютона, и классического закона сложения скоростей, вытекающего из преобразований Галилея. В релятивистской механике все эти рассуждения не проходят. И действительно, как мы увидим в курсе СТО, там масса ни обладает свойством аддитивности, ни подчиняется закону сохранения.

В заключение данного параграфа рассмотрим еще один подход к решению обсуждаемых здесь проблем, который также встречается в литературе. При этом подходе *принимается*, что закон сохранения импульса справедлив в следующей общей форме:

$$\sum_a m_a \vec{v}_a = \sum_b \mu_b \vec{u}_b \,. \tag{4.26}$$

Здесь слева характеристики частиц системы относятся к какому-то раннему моменту времени («до взаимодействия»), а справа – к некоторому более позднему моменту времени («после взаимодействия»). При этом допускается возможность взаимопревращений частиц, и на их массы не накладывается никаких априорных ограничений.

Закон сохранения (4.26) записан в какой-то фиксированной ИСО. Перейдем теперь в новую ИСО, движущуюся относительно исходной со скоростью $\vec{V}$. Согласно принципу относительности Галилея, равенство импульсов должно иметь место и в этой новой ИСО:

$$\sum_a m_a \vec{v}\,'_a = \sum_b \mu_b \vec{u}\,'_b \ , \tag{4.27}$$

где учтена инвариантность масс относительно преобразований Галилея (они выражаются через ускорения, которые суть инвариантны). Применяя классический закон сложения скоростей, имеем:

$$\sum_a m_a\left(\vec{v}_a-\vec{V}\right)=\sum_b \mu_b\left(\vec{u}_b-\vec{V}\right),$$

откуда, на основании (4.26),

$$\vec{V}\sum_a m_a=\vec{V}\sum_b m_b\,,$$

или

$$\sum_a m_a=\sum_b \mu_b\,. \tag{4.28}$$

В итоге мы приходим к закону сохранения массы.

В частности, если разрозненные ранее частицы «слиплись» в одну частицу, то закон сохранения импульса (4.26) запишется как

$$\sum_a m_a\vec{v}_a=m\vec{v}\,, \tag{4.29}$$

где $\vec{v}$ – скорость образовавшейся частицы, а m – ее масса. Закон сохранения массы (4.28) дает в данном случае

$$m=\sum_a m_a\,, \tag{4.30}$$

т.е. выражает свойство *аддитивности массы*.

В итоге делается вывод, что закон сохранения массы и ее аддитивность суть следствия закона сохранения импульса (вытекающего у нас из Третьего закона Ньютона и определения массы) и принципа относительности Галилея. Но так ли это на самом деле?

Исходным пунктом всех рассуждений служит здесь закон сохранения импульса в самой общей форме (4.26). Но откуда вытекает сам столь общий закон? В действительности, ниоткуда. Чтобы убедиться в этом, достаточно просмотреть любой вывод закона сохранения импульса в классической механике. Он существенно основывается на неизменности частиц и, удается доказать лишь, что для *данной* замкнутой системы

$$\sum_a m_a\vec{v}_a=const\,. \tag{4.31}$$

В соотношении же (4.26) приравниваются импульсы *разных* систем частиц.

Если не делать никаких дополнительных гипотез, то, скажем, (4.31) следует записывать как

$$\sum_a m_a\vec{v}_a=\sum_a m_a\cdot\vec{v}\,. \tag{4.32}$$

Но это делает всего лишь естественным *определение* массы составной частицы как суммы масс ее элементов, а *не доказывает* свойство аддитивности. То же относится, конечно, и к закону сохранения массы, вышеприведенное доказательство которого становится вообще излишним, коль скоро есть свойство аддитивности (см. выше).

И тем не менее, описанная конструкция представляет значительный интерес. Прежде всего, она показывает, что введенные понятия являются корректными, так как не приводят к противоречиям с преобразованиями Галилея. Но не это главное. Опираясь на весь накопленный современной физикой опыт, закон сохранения импульса в его общей форме (4.26) можно просто постулировать, связав его со свойством однородности пространства. Тогда все приведенные выше рассуждения станут полностью правомочными. Правда, один вопрос остается при этом все равно открытым: почему импульс частицы связан с ее скоростью простым соотношением $\vec{p} = m\vec{v}$? Но ответ на него содержится в рассмотрении частного случая неизменных частиц. То, что этот ответ далеко не тривиален, явствует опять же из сравнения ньютоновой механики и релятивистской механики. Общеизвестно, что в последней соотношение $\vec{p} = m\vec{v}$ просто неверно. Связь между импульсом и скоростью оказывается здесь более сложной:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ . \tag{4.33}$$

Но мы по-прежнему остаемся пока в рамках ньютоновой механики. В частности, именно в ее рамках продолжаем анализ законов Ньютона, и ближайшая наша цель – придать им стандартную форму.

§5. Сила и принцип суперпозиции

Вернемся к обсуждению динамики одной частицы, выделенной из некоторой замкнутой системы. Уравнение движения этой частицы записывается в виде (3.8):

$$\vec{w} = \vec{f}\left(R, \dot{R}; t\right). \tag{5.1}$$

Здесь, согласно определению 7, $\vec{f}$ есть силовой вектор, действующий на частицу со стороны других частиц системы.

Ускорение, а стало быть и силовой вектор, есть главная характеристика воздействия тел на данную частицу – если нет других тел, то нет и ускорения. Однако эта характеристика не совсем удобна, так как зависит не только от состояния системы, но и от некоторой универсальной величины, задающей свойства самой исследуемой частицы и не связанной с ее внешним окружением. Таковой является, разумеется, масса m частицы – чем больше масса, тем меньше ускорение при прочих равных условиях. Желательно ввести какую-то характеристику взаимодействия, которая была бы функцией только состояния.

С аналогичной ситуацией мы неоднократно встречаемся в физике. Например, основное свойство электрического поля состоит в том, что оно действует на помещенный в него заряд q с какой-то силой $\vec{F}$ (здесь мы считаем эти понятия уже известными). Но сила зависит не только от свойств поля в той точке, куда помещен заряд, но и от величины этого заряда. Чтобы избавиться от этой несущественной зависимости и характеризовать само поле, делят силу на заряд, т.е. пользуются напряженностью

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} . \tag{5.2}$$

Естественно и в нашей задаче поступить аналогичным способом. А именно, следует выделить из силовой функции массу, характеризующую частицу, оставив лишь характеристики состояния. При этом следует учесть лишь, что силовой вектор (ускорение), в противоположность рассмотренному примеру, прямо пропорционален не самой массе m, а обратной ей величине $1/m \equiv æ$. Можно было ее и рассматривать вместо массы, назвав, скажем, “активностью” или “подвижностью”, но этого никогда не делают. Основная причина в том, что при этом мы потеряли бы очень важное свойство аддитивности. Итак, мы приходим к следующему понятию.

Определение 15. Силой $\vec{F}$, действующей на частицу, называется произведение силового вектора на массу частицы:

$$\vec{F} = m\vec{f} . \tag{5.3}$$

Причины введения силы вместо силового вектора многообразны. Об определяющей из них мы уже говорили – сила характеризует именно взаимодействие и не зависит от массы частицы, на которую она действует. Вторая причина тесно связана с первой, и на практике имеет, пожалуй, наиболее существенное значение. Дело в том, что в подавляющем большинстве случаев совокупность сил, действующих в замкнутой системе, оказывается потенциальной. Это означает существование единой для всех частиц функции

$$u = u\left(\vec{r}_1, ..., \vec{r}_N\right), \tag{5.4}$$

из которой все силы получаются простым дифференцированием:

$$\vec{F}_a = -grad_a u\left(\vec{r}_1, ..., \vec{r}_N\right). \qquad (5.5)$$

Немаловажную роль играет также то, что на языке сил Третий закон Ньютона формулируется много проще, чем на языке ускорений. Но здесь следует все же помнить, что такая формулировка становится возможной лишь после введения понятия силы, которое само требует введения понятия массы, которое существенно опирается на Третий закон, сформулированный именно на языке ускорений.

Вот теперь-то мы можем, наконец, вернуться к обычным формулировкам Второго и Третьего законов Ньютона, которые были приведены в §1.

Второй закон Ньютона. Если на частицу с массой m действует сила $\vec{F}$, то по отношению к ИСО эта частица приобретает ускорение $\vec{w}$, причем

$$m\vec{w} = \vec{F}. \qquad (5.6)$$

Третий закон Ньютона. Две частицы действуют друг на друга с силами, равными по абсолютной величине и направленными в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}. \qquad (5.7)$$

Как уже фактически говорилось в связи с определением 7, сила $\vec{F}$, как и силовой вектор $\vec{f}$, в принципе могла бы зависеть от $6N+1$ переменных. Наряду с временем t, в нее могут входить как координаты и скорости самой выделенной частицы, так и координаты и скорости всех прочих частиц, входящих в состав рассматриваемой замкнутой системы. Поэтому в более подробной форме записи Второй закон Ньютона (5.6) выглядит следующим образом:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}\left(R, \dot{R}; t\right). \qquad (5.8)$$

О смысле понятия силы и способе ее «измерения» можно сказать абсолютно все то же самое, что говорилось в связи с силовой функцией в §3, и мы повторяться не будем. Подчеркнем лишь еще раз, что при трактовке равенства (5.6) не следует прибегать к двум крайностям:

1. рассматривать его в качестве определения силы, как произведения массы на ускорение;
2. требовать существования независимого способа измерения сил с помощью некой эталонной пружины или посредством какой-то эквивалентной этому процедуры.

Выясним теперь, какие ограничения накладывает на силы. Принцип относительности Галилея. При этом, в духе самого смысла понятия силы, речь идет о том, какие ограничения накладываются на вид зависимости функции F от ее $6N+1$ переменных требованием ковариантности уравнения (5.8) относительно полных преобразований Галилея (2.2).

а) Инвариантность относительно сдвигов во времени означает «постоянство законов» природы. Иными словами, если $\vec{r} = \vec{\rho}\left(t\right)$ есть решение уравнения (5.8), то $\vec{r} = \vec{\rho}\left(t+\tau\right)$ должно быть также решением этого уравнения для всякого $\tau \in \mathbb{R}$. Отсюда вытекает независимость правой части, т.е. силы, от времени:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}\left(R, \dot{R}\right). \tag{5.9}$$

б) Инвариантность относительно пространственных трансляций означает, что если $\vec{r}_a = \rho_a(t)$ есть решения уравнений (5.8)

$$m_a\ddot{\vec{r}}_a = \vec{F}_a\left(\{\vec{r}_b\}, \dot{R}; t\right)\ \left[a, b = 1, \ldots, N\right] \tag{5.10}$$

для всех частиц замкнутой системы, то $\vec{r}_a = \vec{\rho}_a(t) + \vec{a}$ должны быть также решениями этих уравнений для всякого $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$. Отсюда вытекает, что правые части в (5.11), т.е. силы, не могут зивисеть от самих положений частиц, а могут зависеть лишь от их относительных положений, т.е. от разностей радиусов-векторов частиц:

$$m_a\ddot{\vec{r}}_a = \vec{F}_a\left(\{\vec{r}_b - \vec{r}_c\}, \dot{R}; t\right). \tag{5.11}$$

К этому выводу можно прийти и проще. При пространственной трансляции на вектор $\vec{a}$ скорости и ускорения частиц не меняются. Неизменными должны быть и уравнения движения. Но радиусы-векторы частиц приобретают слагаемые $\vec{a}$. Поэтому в силу они должны входить так, чтобы все эти слагаемые сокращались. Это возможно в том и только в том случае, когда сила зависит только от разностей радиусов-векторов, что и утверждает (5.11).

в) При частных преобразованиях Галилея ускорения и относительные координаты не меняются, а все скорости приобретают одно и то же слагаемое $\vec{a}$. Из частного принципа относительности Галилея вытекает неизменность уравнений движения относительно таких преобразований. В полной аналогии с предыдущим случаем это возможно лишь в том случае, когда в силы входят не сами скорости частиц, а лишь их относительные скорости, инвариантные относительно преобразований Галилея. Итак,

$$m_a\ddot{\vec{r}}_a = \vec{F}_a\left(\{\vec{r}_b - \vec{r}_c\}, \{\dot{\vec{r}}_b - \dot{\vec{r}}_c\}; t\right). \tag{5.12}$$

г) Инвариантность относительно пространственных вращений означает, что если $\vec{r} = \vec{\rho}(t)$ есть решение уравнения (5.8), то $\vec{r} = \Omega\vec{\rho}(t)$ должно быть также решением этого уравнения при всякой матрице Ω из группы вращений. Учитывая, что масса по определению этой величины есть скаляр, а ускорение является вектором, мы приходим к условию

$$\vec{F}\left(\{\Omega\vec{r}_a\}, \{\Omega\dot{\vec{r}}_a\}; t\right) = \Omega\vec{F}\left(\{\vec{r}_a\}, \{\dot{\vec{r}}_a\}; t\right). \tag{5.13}$$

Таким образом, сила при пространственных вращениях должна преобразовываться, как вектор, что и оправдывает написание стрелки над F.

д) Инвариантность относительно пространственной инверсии требует, чтобы сила была истинным вектором, а не псевдовектором.

е) При обращении времени ускорение и координаты не изменяются, а скорость изменяет знак. Поэтому сила может зависеть не просто от относительных скоростей, а только от их модулей. Впрочем, этот результат не столь уж существенен, поскольку в чисто механических системах силы вообще не зависят от скоростей. Наличие такой зависимости отвечает учету какого-то запаздывания, а в ньютоновой механике считается, что оно отсутствует.

Резюмируя сказанное, мы заключаем, что в ньютоновой механике уравнения движения частиц замкнутой системы должны иметь следующий вид:

$$m_a \ddot{\vec{r}}_a = \vec{F}_a \left(\{ \vec{r}_b - \vec{r}_c \} \right). \tag{5.14}$$

И здесь возникает кардинальный вопрос, уже частично затронутый в связи с обсуждением понятия силовой функции: откуда же брать явный вид зависимости силы от координат частиц?

Как говорилось в §3, решение этого вопроса находится вне компетенции классической механики и требует привлечения дополнительных, причем весьма глубоких, экспериментальных фактов. Облегчается оно прежде всего тем, что в природе имеется весьма ограниченное количество фундаментальных взаимодействий, из каковых в макроскопической физике проявляются всего два – гравитационное и электромагнитное. Все механические силы в принципе можно свести к этим взаимодействиям.

Другое значительно упрощающее ситуацию обстоятельство связано с тем, что проблему отыскания силы, действующей на частицу со стороны всех частиц системы, можно свести к описанию лишь попарных сил взаимодействия. А именно, имеет место следующий важный экспериментальный факт.

Постулат IX. (Принцип суперпозиции)
Сила, действующая на данную частицу замкнутой механической системы, равна векторной сумме сил, действующих на нее со стороны отдельных частиц системы:

$$\vec{F}_a = \sum_{b \neq a} \vec{F}_{ab} \ . \tag{5.15}$$

Этот постулат называется также принципом независимости действия сил, или даже Нулевым законом Ньютона. Следует подчеркнуть, что он не имеет никакого отношения к векторному характеру сил и к их сложению по правилу параллелограмма, как это часто пытаются представить. То, что сила – вектор, проявляется в задании ее посредством трех чисел (компонент) в заданной системе координат и в законе их преобразования при вращении этой системы координат.

Принцип суперпозиции является независимой и весьма глубокой гипотезой, подтверждаемой экспериментом. О его нетривиальности говорит хотя бы тот факт, что в квантовой механике наряду с парными силами, фигурирующими в (5.15), существуют, например, и тройные силы. Их особенность в том, что они обращаются в нуль при удалении на бесконечность хотя бы одной из трех частиц. Рассматриваются и более сложные силы – многократные. В подобной ситуации принцип суперпозиции в форме (5.15) не работает, и его следует модифицировать.

Нарушается принцип суперпозиции и в том случае, если взаимодействуют не частицы, а структурные тела. Наличие других тел может привести к перестройке уже имеющихся двух тел, и сила их взаимодействия за счет этого изменится. Однако это нарушение кажущееся, хотя практически и весьма усложняющее задачу – если разбить все тела на отдельные частицы, которые уже можно считать бесструктурными, то принцип суперпозиции будет справедлив в его исходной формулировке.

До сих пор речь шла исключительно о *замкнутых системах*, но часто приходится рассматривать и более общую ситуацию. Она возникает всякий раз, когда из замкнутой (точно или приближенно) системы искусственно выделяется некоторая подсистема, движение которой и изучается. Это происходит всякий раз, когда движение остальных тел нас не интересует, и на практике – когда его очень трудно учесть. Примером может служить движение тела вблизи поверхности Земли. Разумеется, можно было бы рассмотреть замкнутую систему тело – Земля, но проку от этого будет мало. Изменение движения Земли за счет действия на нее тела столь ничтожно, что никакими приборами зарегистрировать его не удается. Поэтому здесь рассматривается движение лишь камня, а Земля считается внешним телом.

Итак, *незамкнутая система* – это такая система частиц, движение которых определяется не только их взаимодействием, но и другими телами, в систему не включенными. При этом состояние движения этих внешних тел считается заданным. Второй закон Ньютона для какой-то выделенной частицы записывается теперь в форме

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}^{\text{int}} + \vec{F}^{ext}. \tag{5.16}$$

Здесь $\vec{F}^{\text{int}}$ – *внутреняя сила*, действующая на нашу частицу со стороны других частиц системы и вычисляемая по формуле (5.15); $\vec{F}^{ext}$ – внешняя сила, действующая на частицу со стороны тел, не включенных в систему. Поскольку движение этих тел задано, внешняя сила зависит эффективно лишь от положения и скорости рассматриваемой частицы, а также, может быть, и от времени, чем феноменологически учитывается сам факт движения внешних тел.

Заметим, что теперь принцип относительности Галилея уже перестает быть справедливым. За счет наличия внешних полей нарушаются однородность и изотропность «физического» пространства, так как внешние тела выделяют в нем точки и направления. Нарушается также однородность «физического» времени, ибо внешние условия могут быть нестационарны, и не все моменты времени равноправны. Часто нарушается и частный принцип относительности Галилея, так как внешние тела «различают» разные ИСО, движущиеся относительно них с разными скоростями.

В частности, если система состоит лишь из одной частицы, то Второй закон Ньютона (5.16) записывается для нее как

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}\left(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t\right), \tag{5.17}$$

причем индекс ext у силы становится теперь излишним, поскольку никаких внутренних сил в данном случае нет. Появление зависимости сил от абсолютного положения частицы $\vec{r}$, от абсолютной ее скорости $\ddot{\vec{r}}$ и от времени t, казалось бы, противоречит сформулированным выше результатам. Однако в свете сказанного выше никакого противоречия на самом деле здесь нет. Просто эти зависимости эффективно учитывают наличие внешних тел с заданным состоянием движения.

Исследование движения одной частицы в заданном внешнем окружении (или, как говорят, в заданном внешнем поле) является важнейшей модельной задачей классической механики. Она представляет значительный самостоятельный интерес, а кроме того, к ней сводится и задача о поведении замкнутой системы из двух частиц (проблема двух тел). Поэтому ей и посвящена следующая глава. Именно при решении этой задачи наиболее просто и естественно вводятся основные понятия классической механики и иллюстрируются главнейшие из ее методов.